

Trabajo Final de Máster

Máster Universitario en Ingeniería Industrial

Secuenciación del mantenimiento preventivo periódico de maquinaria para minimizar el coste global asociado al tiempo entre intervenciones

MEMORIA

Autor: Josep Guindulain Juan-Muns

Director: Alberto Garcia-Villoria

Convocatoria: Octubre 2016



Escola Tècnica Superior
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



Resumen

Una de las fuentes de costes dentro de una fábrica es el mantenimiento y los costes relacionados con averías en la planta. Existen distintas aproximaciones al mantenimiento de un sistema productivo. Una de ellas es el mantenimiento preventivo, que se basa en una serie de tareas recurrentes a realizar sobre la maquinaria; con el objetivo de alargar su ciclo de vida y evitar sobrecostes debidos a las averías y reparaciones.

La secuenciación de las tareas de mantenimiento preventivo o PMSP es un problema presente en la amplia mayoría de las empresas de carácter industrial. Dado un conjunto de máquinas a las que debe realizarse una serie de tareas de mantenimiento periódicas, se debe encontrar la secuencia de intervenciones que minimice el coste asociado al tiempo entre éstas.

Sin embargo, es un problema poco tratado en la literatura. La mayoría de soluciones propuestas resuelven casos particulares, de modo que no existe un algoritmo o método más eficiente que proponga soluciones de buena calidad.

Así pues, el presente proyecto proporciona un algoritmo que resuelve de forma más eficiente y para un amplio espectro de situaciones el FPMSP, una generalización del PMSP donde el horizonte temporal es infinito.

El algoritmo propuesto resuelve el problema de forma heurística en tres fases: una primera en la que se determina la longitud de un ciclo de intervenciones que se repetirá de forma indefinida; una segunda fase en la que se secuencian las intervenciones de mantenimiento a realizar en el ciclo; y una tercera fase en el que se mejora la solución encontrada mediante optimización local.

La resolución propuesta puede cualquier problema en los que la función de costes es *convexa*, mejorando significativamente las soluciones que ofrece el estado del arte. Mediante una experiencia computacional se ha podido constatar que el algoritmo propuesto supone de media un ahorro del 8% en el coste de mantenimiento preventivo respecto el estado del arte.

Índice de figuras

Figura 1: Evolución del Coste periódico de una función de coste de forma E_c . 4.4 con $a=1000$, $b=1$ y $c=3$	21
Figura 2: Pseudocódigo de búsqueda de T	22
Figura 3: Pseudocódigo de secuenciación.	26
Figura 4: Evolución del coste relativo en función de T para $X=4$	30
Figura 5: Evolución del tiempo de ejecución respecto al valor X	31
Figura 6: Resultados algoritmo propuesto vs estado del arte.	35
Figura 7: Retorno de la inversión en el proyecto.	40

Índice de Tablas

Tabla 1: Resultados de la exploración de vecindarios.....	32
Tabla 2: Resultados algoritmo propuesto vs estado del arte.	36
Tabla 3: Definición de los costes de mantenimiento para cada escenario.	38
Tabla 4: Resultados de los costes de cada escenario por algoritmo.	39

Índice

RESUMEN	1
ÍNDICE DE FIGURAS	3
ÍNDICE DE TABLAS	4
ÍNDICE	5
1. GLOSARIO	9
2. INTRODUCCIÓN	11
2.1. Objetivos del proyecto.....	11
2.2. Alcance del proyecto.....	12
3. INTRODUCCIÓN AL MANTENIMIENTO INDUSTRIAL	13
3.1. Tipos o políticas de mantenimiento.....	13
3.1.1. Mantenimiento correctivo.....	13
3.1.2. Mantenimiento preventivo.....	14
3.1.3. Mantenimiento predictivo.....	15
4. SECUENCIACIÓN DEL MANTENIMIENTO PREVENTIVO	16
4.1. Estado del arte.....	16
4.2. Modelización de los costes.....	17
4.3. Formalización del problema.....	18
4.4. Procedimiento de resolución.....	19
4.4.1. Determinación del tiempo de ciclo T.....	20
4.4.1.1. Una suposición inicial.....	20
4.4.1.2. Cálculo del tiempo de ciclo T.....	21
4.4.2. Secuenciación de las intervenciones.....	22
4.4.2.1. Problemas similares.....	22
4.4.2.2. Algoritmo de secuenciación de intervenciones.....	23
4.4.3. Optimización local.....	26
4.4.3.1. Optimización de T.....	27

4.4.3.2. Optimización de la secuenciación de intervenciones	27
4.4.3.3. Procedimiento de optimización local	28
5. RESULTADOS COMPUTACIONALES	29
5.1. Análisis del rango de evaluación de T	30
5.2. Análisis de la optimización de la secuencia	32
5.3. Comparación con el estado del arte	33
6. ESTUDIO DEL TIEMPO DE RETORNO DE LA INVERSIÓN	37
6.1. Costes de mantenimiento	37
6.2. Coste de implantación del proyecto	38
6.3. Análisis de resultados	39
7. VALORACIÓN DEL IMPACTO SOCIAL Y AMBIENTAL	41
CONCLUSIONES	42
BIBLIOGRAFÍA	43
Referencias bibliográficas	43
Bibliografía complementaria	44
ANEXO	45

1. Glosario

Ciclo de mantenimiento: tiempo a partir del cual la secuencia de mantenimientos se repite.

Coste periódico de mantenimiento: Media periódica del coste total de mantenimiento. Dado el coste total y el tiempo de ciclo, resulta de dividir el primero entre el segundo.

FPMSP (del inglés *Free Periodic Maintenance Scheduling Problem*): Generalización del PMSP en el que el ciclo T es una variable a fijar en la solución del problema.

MTTF (del inglés *Mean Time Between Failures*): Tiempo medio entre fallos. Es la media aritmética entre un fallo y el siguiente considerándose que el fallo anterior ha sido reparado.

PMSP (del inglés *Periodic Maintenance Scheduling Problem*): Problema de la secuenciación del mantenimiento preventivo. Dado una cantidad M de máquinas con un coste c_i de mantenimiento y un coste entre intervenciones a_{it} , se debe fijar la secuencia de mantenimientos que minimiza el coste de mantenimiento.

RTVP (del inglés *Response Time Variability Problem*): Problema de secuenciación de trabajos. Dado un seguido de productos, clientes o trabajos y un tiempo de ciclo T , hay que secuenciarlos en un horizonte temporal de modo que la variabilidad de tiempo entre los servicios sea mínima.

2. Introducción

En el presente proyecto se estudia el problema de secuenciar las acciones de mantenimiento preventivo periódico de un conjunto de máquinas con el objetivo de minimizar el coste total asociado al tiempo entre intervenciones considerando un horizonte temporal discreto e indefinido.

El problema planteado es una forma generalizada del Problema de Secuenciación del Mantenimiento o PMSP (del inglés: *Periodic Maintenance Scheduling Problem*), donde el ciclo de mantenimiento T es una variable y la función de costes es convexa. En el problema se considera la posibilidad de no realizar siempre mantenimiento.

La generalización del PMSP donde el periodo o ciclo de mantenimiento T es una variable, conocida como FPMSP (del inglés *Free Periodic Maintenance Scheduling Problem*). Este problema ha sido estudiado con anterioridad por diversos autores como Anily *et al.* [1], Bar Noy *et al.* [2] o Mansour [3].

La definición del PMSP varía dependiendo del autor. En el presente proyecto se considera la definición de Anily *et al.* [1], donde se define el PMSP como la secuenciación del calendario de mantenimiento preventivo de un conjunto de máquinas de modo que el coste derivado del tiempo entre intervenciones sea el mínimo. El tiempo de intervención se considera unitario y equivalente entre las distintas máquinas.

2.1. Objetivos del proyecto

Dado que se trata de un campo poco estudiado en la literatura y que los estudios realizados encaran el problema desde una perspectiva teórica, el presente estudio se plantea encontrar una solución más eficiente al FPMSP.

Así, el objetivo del proyecto es proponer un algoritmo que resuelva de forma heurística la generalización planteada del FPMSP mejorando el estado del arte actual.

Se define FPMSP como: dado un conjunto de máquinas con una función de coste que depende del número de mantenimientos que se le aplican y el tiempo transcurrido entre esta específica para cada máquina; se debe definir el ciclo de mantenimiento T y una secuencia

intervenciones de modo que minimicen el coste medio de mantenimiento.

2.2. Alcance del proyecto

El proyecto soluciona el problema de secuenciación de las tareas de mantenimiento preventivo. El estudio no analiza los modelos estadísticos de fallo de máquinas ni entra a valorar las distintas políticas de mantenimiento.

En el estudio se considera que la fuente de variabilidad en el coste es el número y tiempo entre intervenciones. Así que no se tiene en cuenta el efecto del calendario en el coste, es decir el hecho que se pueda realizar en fechas problemáticas como puede ser un día festivo o una fecha con pico de demanda.

Se pretende obtener un algoritmo que resuelva de forma eficiente un mayor espectro de situaciones que el que contemplan los algoritmos actuales y que mejore las soluciones presentes en la literatura.

El proyecto se inspira en una situación corriente en un entorno industrial. Sin embargo, la solución propuesta no se limita a este entorno y se puede aplicar a otros casos que cumplan las suposiciones hechas en el desarrollo del estudio.

3. Introducción al mantenimiento industrial

Se define el mantenimiento como todas aquellas intervenciones, ya sean correctivas o preventivas, que se realizan sobre un sujeto para asegurar su correcto funcionamiento.

En un entorno industrial, el mantenimiento del equipo o maquinaria tiene un impacto directo en el buen funcionamiento del sistema productivo. Un fallo en el sistema por una avería o una acción de mantenimiento mal programada pueden detener la producción durante un periodo de tiempo prolongado.

Un sistema de mantenimiento fiable que reduzca las averías y las paradas innecesarias del sistema ayuda a estabilizar el sistema de producción y a reducir los desperdicios por parada de producción, reemplazo de piezas o desechos por baja calidad.

3.1. Tipos o políticas de mantenimiento

Según el momento en el que se realiza la intervención de mantenimiento, se pueden identificar tres tipos de mantenimiento: el mantenimiento correctivo, el preventivo y el predictivo.

El mantenimiento correctivo se realiza para restaurar el funcionamiento de un sistema, una vez se ha identificado un malfuncionamiento.

En el caso del mantenimiento preventivo y predictivo, la intervención se anticipa a la avería del sistema. En el mantenimiento preventivo se planean una serie de acciones para evitar la avería del sistema, y el predictivo se sirve de indicadores del sistema para determinar el momento de la intervención que se anticipará a la avería del sistema.

Un sistema de mantenimiento bien organizado integra estas tres políticas de mantenimiento para asegurar que el sistema sea lo más eficiente posible.

3.1.1. Mantenimiento correctivo

Cuando el malfuncionamiento de una máquina detiene el sistema o le impide funcionar con normalidad, la acción que se realiza sobre la máquina para recuperar el funcionamiento deseado se considera de mantenimiento correctivo.

Se trata de un tipo de acción totalmente reactiva y no planificada. Se identifica un error y se arregla. De los tres tipos de mantenimiento se considera el más costoso ya que, si bien no requiere de una inversión inicial ni precisa de una planificación exhaustiva, tanto el coste de la intervención como el coste asociado a la parada del sistema son muy elevados.

Generalmente este tipo de intervención se realiza de forma precipitada y no corrige la causa del fallo.

3.1.2. Mantenimiento preventivo

Existen casos en los que se conoce de antemano el ciclo de vida aproximado de un componente de la máquina y cuando es conveniente revisarlo o cambiarlo, ya que si no se reemplazan pueden causar el fallo de la máquina. El objetivo es anticiparse al fallo de la máquina para evitar un coste mayor. Se trata de acciones proactivas y planificadas conocidas como acciones de mantenimiento preventivo.

Con la realización de este tipo de intervenciones se reduce el número de paradas del sistema debidos a averías. Con la reducción de fallos inesperados en el sistema, las intervenciones de mantenimiento preventivas ayudan a estabilizar el sistema productivo evitando paradas prolongadas no planificadas del sistema. En muchos casos estas acciones también evitan el cambio de ciertos componentes de coste más elevado.

Una política eficiente de mantenimiento preventivo presenta las siguientes ventajas:

- Reducción del coste por intervención.
- Reducción de averías.
- Aumento de la estabilidad del sistema productivo.
- Mayor control sobre la planta.

Así pues, las acciones de mantenimiento preventivo se realizan de forma recurrente y deben estar planificadas con antelación. La planificación de las intervenciones puede perseguir motivaciones diversas, si bien en general buscan la reducción del coste global de mantenimiento. En concreto, el presente estudio se centra en optimizar el coste global de las tareas de mantenimiento preventivo a partir de una secuenciación estratégica de las intervenciones.

3.1.3. Mantenimiento predictivo

El mantenimiento predictivo se basa en identificar futuros fallos en el sistema a partir de datos recogidos sobre el mismo. Una vez se obtiene el indicador de un futuro fallo en el sistema, se realiza una intervención de mantenimiento para evitarlo.

Un sistema de mantenimiento predictivo monitoriza distintos elementos del sistema los cuales proveen una serie de datos. Estos datos analizados pueden dar información sobre desviaciones en el funcionamiento del sistema que en un futuro pueden evolucionar en fallo productivo.

Este método de mantenimiento permite anticiparse a una probable parada del sistema, dando margen para la planificación de la intervención y evitando una detención del sistema no planificada.

La gran diferencia respecto al mantenimiento preventivo es que no se basa únicamente en el tiempo medio entre fallos o MTBF (del inglés *Mean Time Between Failures*) establecido sobre la máquina, sino que actualiza el tiempo hasta el próximo fallo del sistema a partir del estado actual de la máquina. De este modo se puede predecir de manera más precisa cuando se debe realizar la acción de mantenimiento sobre la máquina.

4. Secuenciación del mantenimiento preventivo

Obviando la designación de qué tareas de mantenimiento preventivo se deben realizar sobre una máquina, el punto más crucial en el diseño de un sistema de mantenimiento preventivo es la planificación temporal de intervenciones.

Secuenciar las intervenciones de modo muy recurrente puede encarecer el coste de mantenimiento dado que se necesitará más personal, en ciertos casos se reemplazarán componentes antes de terminar su ciclo de vida y, sin embargo, estas acciones no aportarán un gran valor añadido.

En el extremo opuesto, dejar mucho tiempo entre intervenciones puede resultar en la avería de la máquina (que puede quedar inactiva durante un largo lapso de tiempo) o en una tarea de mantenimiento más costosa sin que la máquina se averíe, ya sea por el reemplazo de piezas adicionales o por una intervención más complicada.

Así pues, encontrar la secuencia que minimice el coste de mantenimiento y aporte el máximo valor añadido no es trivial.

4.1. Estado del arte

En las últimas décadas, distintos autores han tratado el PMSP desde diferentes enfoques, dando pie a formulaciones diversas del problema.

Wei & Liu [4] definen el PMSP como el problema de servir M máquinas a las que se deben hacer intervenciones de mantenimiento de forma periódica con un tiempo de ejecución unitario. Fijada una cantidad k de equipos de operarios, el objetivo es encontrar la secuencia que permita servir todas las máquinas.

Anily *et al.* [1] introducen el problema FPMSP considerando el caso en el que no existe coste fijo de intervención ($c_i = 0$; $i = 1, \dots, M$). En el problema planteado se considera una cantidad M de máquinas con un coste por cada retraso en el mantenimiento de la máquina i igual a $t * a_i$; de modo que el coste aumenta de forma lineal en el tiempo y que éste se acumula (el coste pasados 3 periodos sin realizarse intervención es $1 * a_i + 2 * a_i + 3 * a_i$). El objetivo es encontrar la configuración que minimice el coste total del mantenimiento. En el

estudio, Anily *et al.* [1] demuestran la existencia de una secuencia óptima y cíclica. Por otro lado, se define un método que resuelve de forma óptima muestras de hasta cuatro máquinas, se fija una cota inferior y se propone un heurístico Greedy para solucionar problemas con ejemplares mayores a cuatro máquinas.

Posteriormente, Bar Noy *et al.* [2] generalizan en problema de Anily *et al.* proponiendo el caso en el que existe coste fijo de intervención. En el problema planteado se considera la posibilidad de que no se realice ninguna intervención en algún periodo y que el número de acciones por periodo sea $k \geq 1$. En el estudio se demuestra la dificultad *NP-Hard* del problema y se proponen distintos algoritmos que solucionan el problema de forma heurística entre los cuales hay un algoritmo aleatorio y un algoritmo Greedy.

Tanto en el caso de Anily *et al.* [1] como en el de Bar Noy *et al.* [2] se estudia el FPMSP desde una perspectiva teórica. En sus artículos se estudia la complejidad del problema, se demuestra la existencia de una secuencia cíclica y optima, aunque no proponen un procedimiento para encontrarla. Así pues, aunque el problema haya sido estudiado, aun no se ha propuesto un algoritmo que resuelva el problema de forma eficiente dando una buena solución en un tiempo razonable para un largo rango de máquinas.

4.2. Modelización de los costes

La particularidad del problema planteado respecto a los anteriores estudios del FPMSP es que se considera una función de costes *convexa* cualquiera.

Como en el problema planteado Bar Noy *et al.* [2], se considera un coste fijo de intervención c_i que depende de las características de la máquina de modo que:

$$c_i \geq 0; i = 1, \dots, M \quad (\text{Ec. 4.1})$$

Por otro lado, se considera un coste variable $a_{i\tau}$, donde i es la maquina considerada y τ el tiempo entre dos intervenciones. El coste variable depende también de las características de la máquina y del número de periodos entre una intervención y la siguiente. Dada su naturaleza, se considera que $a_{i\tau}$ cumple la condición Ec. 4.2. Es decir, que el aumento de coste asociado al tiempo entre intervenciones en un periodo siempre será igual o mayor al

aumento experimentado en el periodo anterior.

$$a_{it} - a_{i,t-1} \leq a_{i,t+1} - a_{it}; t \geq 1 \quad (\text{Ec. 4.2})$$

Donde t es el tiempo desde la última intervención.

Otros autores como Anily *et al.* [1] y Bar Noy *et al.* [2] consideran el coste variable como una función convexa.

Así pues, los costes de mantenimiento se desglosan en:

- Coste de intervención (c_i): Engloba todos los costes asociados a la acción de mantenimiento de una máquina i como el coste de mano de obra para la realización de la intervención, el coste asociado a la parada de la máquina o el reemplazo de piezas. Este coste se considera un coste fijo que se imputa cada vez que se realiza un mantenimiento en la máquina.
- Coste asociado al tiempo entre intervenciones ($a_{i\tau}$): Considera todos los costes que aumentan con el paso del tiempo como por ejemplo la pérdida de productividad o calidad de la máquina, así como el reemplazo adicional de piezas. Es un coste variable y depende del tiempo entre una intervención y la siguiente. Este coste se imputa cada vez que se realiza un mantenimiento.

De esta manera, el coste de mantenimiento al realizar la intervención en una máquina " i " tras τ periodos define del siguiente modo:

$$C_{i\tau} = c_i + a_{i\tau} \quad (\text{Ec. 4.3})$$

4.3. Formalización del problema

En un horizonte temporal discreto, dado una cantidad M de máquinas a intervenir con un coste de intervención por máquina $C_i = c_i + a_{i\tau}; i = 1, \dots, M, \tau \geq 1$, se debe encontrar una secuencia cíclica de intervenciones que minimice el coste medio de mantenimiento. Se considera que solo se puede intervenir una máquina por periodo y que puede haber

periodos ociosos en los que no se realiza ningún mantenimiento.

Así que cómo solución se dará el número de periodos T del ciclo y la secuencia.

Adicionalmente se impone la condición de que no se pueden realizar dos intervenciones consecutivas en una misma máquina. Dado que se considera que las intervenciones en una máquina son siempre iguales, realizar dos intervenciones consecutivas no tiene sentido. La segunda intervención no tendría valor añadido ya que deja la máquina en el mismo estado que en el periodo anterior y la deja inactiva durante los dos periodos.

Hay que añadir una última restricción que obliga a realizarse al menos una intervención por máquina. De no añadirse esta restricción, de acuerdo con la función objetivo la mejor secuencia sería una secuencia en la que no se realiza ninguna intervención.

4.4. Procedimiento de resolución

Cuando la resolución de un problema de forma óptima requiere un tiempo de ejecución demasiado largo se usan algoritmos heurísticos. Un algoritmo heurístico es una forma de resolver un problema que no asegura una solución óptima, pero del que se obtiene un resultado de calidad aceptable (y a veces incluso el óptimo, pero sin poder demostrar que lo es).

Como se puede ver en la literatura, la resolución del FPMSP de forma exacta deja de ser factible cuando se resuelven casos de más de cuatro máquinas (Anily *et al.* [1]). Por este motivo, dado que en la mayoría de casos reales el problema presenta un número muy superior a las cuatro máquinas, existe la necesidad de crear un algoritmo heurístico que proporcione soluciones de alta calidad en un tiempo razonable.

Para el desarrollo del algoritmo heurístico se ha dividido el problema planteado en dos sub-problemas. En un primer lugar se ha desarrollado el método para fijar el valor de T (tiempo del ciclo de mantenimientos) y posteriormente se ha considerado el problema de fijar la secuencia a partir del tiempo de ciclo encontrado.

4.4.1. Determinación del tiempo de ciclo T

4.4.1.1. Una suposición inicial

Para determinar el valor de T se considera que, una vez llegado a un valor mínimo en el coste medio de mantenimiento, este siempre aumenta. Es decir que la función de coste medio tiene un solo mínimo. Esta consideración se basa en el hecho de que si se asemeja la función de costes a una función polinómica de la forma:

$$f(t) = a + b * t^c; t \geq 1 \quad (\text{Ec. 4.4})$$

Donde a, b y c son constantes y de valor positivo.

La función de coste medio tendrá un solo mínimo y con un valor de a suficientemente grande, este no se encontrará en $t = 1$. Por ejemplo, para el caso $a = 1000, b = 1$ y $c = 3$ la función de coste medio es la siguiente:

$$f(t) = \frac{(1000+t^3)}{t}; t \geq 1 \quad (\text{Ec. 4.5})$$

Si se deriva la función:

$$f'(t) = -\frac{1000}{t^2} + 2 * t \quad (\text{Ec. 4.6})$$

Si se iguala a cero se encuentran los extremos relativos de la función:

$$0 = -\frac{1000}{t^2} + 2 * t; \quad t^3 = 500; \quad t = \sqrt[3]{500} = 7,937$$

Si se calcula la segunda derivada, se determina si el extremo es un máximo o un mínimo:

$$f''(t) = \frac{3000}{t^3} + 2; \quad f''(7,937) = 8 \quad (\text{Ec. 4.7})$$

Dado que el valor es positivo el extremo es un mínimo y se encuentra en $t = 7,937$ como muestra la Figura 1.

La relación entre la función Ec. 4.4 y la función de costes del problema se ha realizado

partiendo del hecho que las dos funciones cumplen la propiedad convexa Ec. 4.2.

Cabe remarcar que Dodson, D. [5] considera que para una sola máquina existe un punto de mantenimiento en el que el coste periódico de mantenimiento es mínimo. En su trabajo, asume que el coste periódico tiene una forma convexa parecida a la Figura 1.

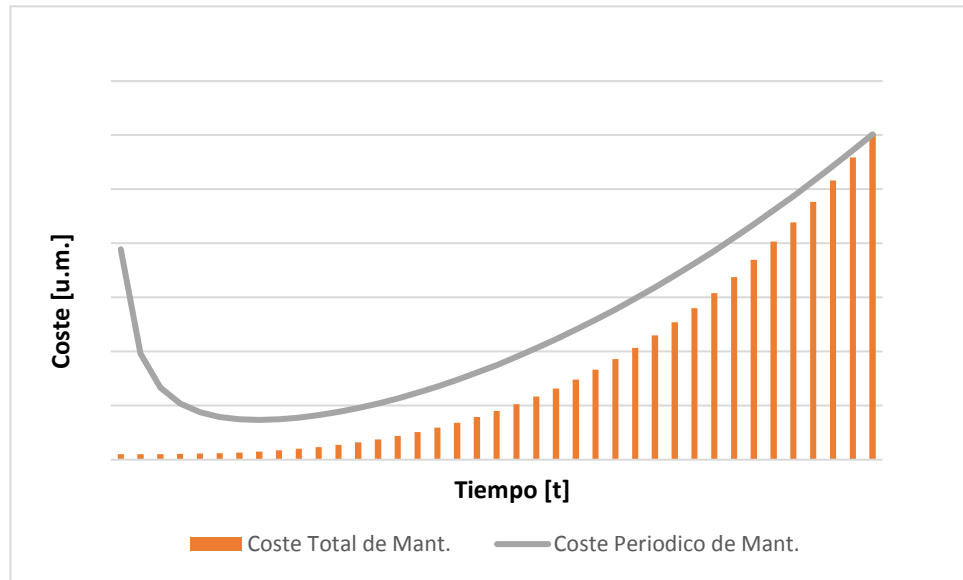


Figura 1: Evolución del Coste periódico de una función de coste de forma Ec. 4.4 con $a=1000$, $b=1$ y $c=3$.

4.4.1.2. Cálculo del tiempo de ciclo T

Para calcular el valor de T que minimiza el coste periódico de mantenimiento se va a relajar la restricción que impide realizar más de un mantenimiento por periodo.

Relajando esta restricción se considera que cada máquina podrá realizar la intervención de mantenimiento en el momento óptimo, es decir cuando el coste periódico sea mínimo.

La heurística buscará para cada máquina el número de periodos $tideal_i$ que hay que dejar entre intervenciones para minimizar el coste periódico. Para ello se evalúa la función de coste periódico desde $t = 1$ hasta que se encuentra un valor mayor que el anterior. El valor de t anterior es el $tideal_i$.

Si se coge el caso Ec. 4.5 se sigue el proceso:

$$f(1) = 1001, f(2) = 504, f(3) = 342, f(4) = 266, f(5) = 225, f(6) = 202, f(7) = 129,$$

$$f(8) = 189, f(9) = 192. \equiv \text{tideal} = 8$$

Dado que el primer valor que es mayor al su anterior es para $t = 9$, $\text{tideal} = 8$.

El valor de T será el mínimo común múltiple de todos los tideal_i . Para el caso en el que $\text{tideal}_1 = 2, \text{tideal}_2 = 3, \text{tideal}_3 = 5$ el valor $T = \min. \text{com. mult}(2,3,5) = 30$.

A partir del valor T encontrado se determina el número de intervenciones a realizar (d_i) sobre la máquina i . De este modo $d_i = \frac{T}{\text{tideal}_i}$. En el caso que el número de intervenciones sea mayor al tiempo de ciclo, el valor de T será la suma de todas las intervenciones.

Si se recupera el caso anterior: $d_1 = \frac{30}{2} = 15, d_2 = \frac{30}{3} = 10, d_3 = \frac{30}{5} = 6$, la suma de todas las intervenciones $\sum_{i=1}^3 d_i = 15 + 10 + 6 = 31$. En este caso el tiempo de ciclo pasaría a ser $T = 31$.

1. Para $i = 1$ a M
2. $t = 2$
3. Mientras $\frac{c_i + a_{it}}{t} > \frac{c_i + a_{i(t+1)}}{t+1}$
4. $t = t + 1$
5. Bucle
6. $\text{tideal}_i = t$
7. Siguiente i
8. $T = \text{mcm}(\text{tideal})$
9. $d_i = T / \text{tideal}_i$
10. Se devuelve $T = \max(T, \sum_{i=1}^M d_i)$, tideal_i y d_i

Figura 2: Pseudocódigo de búsqueda de T .

4.4.2. Secuenciación de las intervenciones

Una vez se conoce T , el siguiente paso es fijar la secuencia de intervenciones.

4.4.2.1. Problemas similares

Bajo la consideración hecha en la sección 4.4.1.1 se puede decir que si la distancia entre

intervenciones en una máquina se aleja de $tideal_i$, el coste periódico aumenta. Así que el objetivo es crear una secuencia que minimice la diferencia entre $tideal_i$ y el tiempo real entre intervenciones.

De este modo, el problema planteado se puede asemejar a otro tipo de problema estudiado en la literatura conocido como *Response Time Variability Problem* o RTVP planteado por primera vez por Corominas *et al.* [6] en 2007. En este problema, dado un seguido de productos, clientes o trabajos y un tiempo de ciclo T , hay que secuenciarlos en un horizonte temporal de modo que la variabilidad de tiempo entre los servicios sea mínima.

El objetivo del RTVP es pues que el tiempo entre trabajos se acerque a un tiempo ideal definido como:

$$tideal_i = T/d_i \quad (\text{Ec. 4.8})$$

Siendo d_i el numero de intervenciones que hay que realizar en la máquina i en un ciclo. A diferencia del FPMSP, en el RTVP el número de intervenciones es un dato del problema. El RTVP también se diferencia del FPMSP por el hecho que no considera la posibilidad de que haya periodos ociosos.

El procedimiento de secuenciación de intervenciones se inspira en el modo que los algoritmos que resuelven el RTVP respetan el $tideal_i$ entre intervenciones. Así pues la secuenciación de intervenciones se ha inspirado en el heurístico propuesto por Salhi y Garcia-Villoria [7] que resuelve el RTVP.

4.4.2.2. Algoritmo de secuenciación de intervenciones

Antes de empezar el proceso de secuenciación, en el caso que T sea mayor al número de intervenciones a realizar, se van a añadir tantas máquinas ficticias como periodos ociosos se prevean. Estas máquinas ficticias cumplirán las propiedades Ec. 4.9 y Ec. 4.10.

$$tideal_i = T \leftrightarrow d_i = 1 \quad (\text{Ec. 4.9})$$

$$c_i = a_{i\tau} = 0, \forall \tau \in (1, T) \quad (\text{Ec. 4.10})$$

La creación de un conjunto de máquinas ficticias obligará a redefinir el número de máquinas M tal y como recoge Ec. 4.11.

$$M' = \begin{cases} M + (T - \sum_{i=1}^M d_i); & \text{if } T > \sum_{i=1}^M d_i \\ M; & \text{if } T = \sum_{i=1}^M d_i \end{cases} \quad (\text{Ec. 4.11})$$

Sea el caso de $tideal_1 = 2, tideal_2 = 3, T = 6$ en ese caso $\sum_{i=1}^3 d_i = 5$ de modo que queda 1 periodos ocioso. En este caso se crea 1 máquinas ficticia y el número de máquinas $M' = 3$.

Para la ejecución del algoritmo se van a definir tres conjuntos Ec. 4.12 con las máquinas a las cuales aún no se les han secuenciado todas las intervenciones. La clasificación se realiza en función del número de actuaciones totales que hay que realizarles d_i y el número de actuaciones restantes $dres_i$.

$M_1(t)$: conj. de máquinas $\{m \in (1, M') | (d_i = 1) \wedge (dres_i(t-1) = 1)\}; t = 1, \dots, T$

$M_2(t)$: conj. de máquinas $\{m \in (1, M') | (d_i \geq 2) \wedge (dres_i(t-1) = d_i)\}; t = 1, \dots, T$ (Ec. 4.12)

$M_3(t)$: conj. de máquinas $\{m \in (1, M') | (d_i \geq 2) \wedge (dres_i(t-1) < d_i)\}; t = 1, \dots, T$

Siguiendo el caso planteado anteriormente, en el primer periodo, dado que aún no se ha secuenciado ninguna máquina los conjuntos serian: $M_1(1) = \{3\}$, $M_2(1) = \{1, 2\}$, $M_3(1) = \{\emptyset\}$.

Los conjuntos de la Ec. 4.12 sirven para escoger que máquinas són elegibles. En el caso que $M_2(t)$ no sea vacío será elegible el conjunto $M_3(t)$. Si el conjunto $M_3(t)$ no contiene ningún valor apto para ser escogido (que no tenga un ratio $r_{it}(t) \geq 0$), será elegible el conjunto $M_3(t)$. Si $M_2(t)$ es vacío $M_3(t)$ y $M_1(t)$ son elegibles.

Por otro lado, se va a definir un ratio (Ec. 4.13) a partir del cual se va a escoger qué máquina se secuenciar en el periodo t . Si a una máquina se le debe realizar más de una intervención por ciclo, al calcular el ratio para secuenciar la última intervención también se tendrá en cuenta la primera intervención realizada.

$$r_{it} = \begin{cases} \tau_{it} - tideall_i & \text{if } (d_i \geq 2) \wedge (dres_i(t-1) \geq 2) \\ (\tau_{it} - tideall_i) + (tideall_i - (T + fsp(i) - t)) & \text{if } (d_i \geq 2) \wedge (dres_i(t-1) = 1) \\ 0 & \text{if } d_i = 1 \end{cases} \quad (\text{Ec. 4.13})$$

El valor τ_{it} representa el número de periodos desde la última intervención en la máquina i . El valor $fsp(i)$ devuelve la primera intervención secuenciada en la máquina i .

En el caso en el que solo se realiza un mantenimiento en la máquina, se le imputa un ratio igual a cero ya que en cualquier caso donde se secuencie se hará a una distancia $tideall_i$ de su intervención precedente, que será la misma que en el ciclo anterior.

Recuperando el caso planteado, en el periodo $t = 1$, los ratios serían los siguientes: $r_{11} = -1, r_{21} = -2, r_{31} = 0$. En ese caso se secuenciaría la máquina 1 ya que $M_2(t) \neq \{\emptyset\}$.

En el periodo $t = 2$ los conjuntos serían $M_1(2) = \{3\}, M_2(2) = \{2\}, M_3(2) = \{1\}$, los tiempos ideales $tideall'_1 = 2, tideall'_2 = 3$ y los ratios $r_{12} = -1, r_{22} = -2, r_{32} = 0$. Se secuenciaría la máquina 2 ya que el valor de 1 no es apto.

Finalmente se añadirá el concepto de distancias ideales dinámicas. En lugar de tener una misma $tideall_i$ en todos los periodos, se va ir actualizando el valor de $tideall_i$ según las intervenciones ya secuenciadas de cada máquina. Cabe remarcar que $tideall_i$ se actualizará solamente por los valores $i \in M_1(t)$. Así pues $tideall'_i$ se actualizará cada periodo según Ec. 4.14.

$$tideall'_i = T - lsp(i, t-1) + fsp(i) / dres_i(t-1) + 1 \quad (\text{Ec. 4.14})$$

De este modo en el periodo $t = 3$ los conjuntos serían $M_1(3) = \{3\}, M_2(3) = \{\emptyset\}, M_3(3) = \{1,2\}$, los tiempos ideales $tideall'_1 = 2, tideall'_2 = 2$ y los ratios $r_{13} = 0, r_{23} = 1, r_{33} = 0$. Se secuenciaría la máquina 1 por regla de desempate. La secuencia quedaría [1 2 1]

En el periodo $t = 4$ los conjuntos serían $M_1(4) = \{3\}, M_2(4) = \{\emptyset\}, M_3(4) = \{1,2\}$, los tiempos ideales $tideall'_1 = 2, tideall'_2 = 3$ y los ratios $r_{14} = -1, r_{24} = -1, r_{34} = 0$. Se secuenciaría la máquina 3. La secuencia quedaría [1 2 1 3].

0. Sea seq_0 una secuencia vacía
1. Para $t = 1$ a T
2. Si $M_2(t) \neq \emptyset$
3. Si $(\exists i : i \in M_3(t) \mid r_{it}(t) \geq 0)$; entonces i'_t será la máquina $i \in M_3(t)$ con $r_{it}(t)$ mayor. En caso de empate se elige la máquina que haya acumulado un coste periódico mayor.
4. Si no: i'_t será la máquina $i \in M_2(t)$ con mayor coste periódico acumulado
5. Si no $M_2(t) = \emptyset$; entonces i'_t será la máquina $i \in M_3(t) \cup M_1(t)$ con $r_{it}(t)$ mayor. En caso de empate se elige la máquina que haya acumulado un coste periódico mayor.
6. seq_t se obtiene de concatenar seq_{t-1} y i'_t
7. Siguiendo t
8. Se retorna seq_T

Figura 3: Pseudocódigo de secuenciación.

4.4.3. Optimización local

Una vez definido el algoritmo que resuelve el problema planteado, se pueden definir procesos de mejora de la solución obtenida. Dado que la solución ha sido determinada de forma heurística, puede ser que existan soluciones mejores.

En el heurístico desarrollado se han definido dos procesos o algoritmos de mejora sobre la solución inicial:

- Optimización de T .
- Optimización de la secuenciación de intervenciones.

Generalmente los procesos de optimización local requieren una gran cantidad de tiempo. En un algoritmo heurístico uno de los objetivos es proponer una solución con un tiempo de ejecución corto. Así pues en el procedimiento de optimización local se tendrá en cuenta el tiempo de ejecución además de la calidad de la solución.

4.4.3.1. Optimización de T

Dado que el valor de T ha sido determinado de modo heurístico, podría ser que otros valores de T resultaran en una mejor solución.

El procedimiento para la exploración es el siguiente. Dado el valor inicial de T , se ejecuta el algoritmo de secuenciación con valores cercanos al inicial comprobando si existe un valor de T a partir del cual se obtiene una mejor solución.

Se evalúan los valores cercanos de la T inicial porque ésta se ha determinado a partir de un criterio razonable y se considera que es más probable encontrar una mejor solución en sus valores vecinos y cercanos.

4.4.3.2. Optimización de la secuenciación de intervenciones

En este caso se realiza lo que se conoce como una optimización local de vecindarios. Este tipo de algoritmos se usan cómo proceso de mejora una vez se ha encontrado una solución con una heurística.

El procedimiento consiste en intercambiar dos valores consecutivos de la solución y comprobar si la nueva solución es mejor que la anterior. Si la nueva solución no mejora la anterior, se prueba a intercambiar los dos valores consecutivos siguientes. Si la nueva solución es mejor que la anterior, se sustituye la inicial por esta y se repite el proceso. El proceso termina cuando no se encuentra ningún intercambio que mejore la solución inicial.

En el problema planteado la exploración de vecindarios consiste en intercambiar la intervención de un periodo t por la intervención siguiente $t + 1$.

Sea el caso en el que se tiene la siguiente solución [1 3 4 1 4 1 2] con un coste medio $C = 10$. El procedimiento sería el siguiente: Intercambio de la primera y la segunda posición [3 1 4 1 4 1 2] con coste medio $C = 11$. Dado que la solución no se mejora, se prueba con los siguientes consecutivos, la segunda y tercera posición [1 4 3 1 4 1 2] con $C = 9$. En este caso se mejora la solución así que se sustituye la solución. Se repite el proceso hasta que no se encuentra ningún consecutivo que mejore la solución

Existen dos tipos de exploración: la exploración exhaustiva y la no exhaustiva. La primera comprueba todos los vecinos de la solución inicial y se queda con la mejor. En el caso de la

no exhaustiva, va comprobando soluciones vecinas y se queda con la primera que mejora la solución inicial. Generalmente, en el primer caso se obtienen soluciones de mayor calidad, pero con un tiempo de ejecución mayor.

En el algoritmo propuesto se ha decidido aplicar una exploración de vecindarios no exhaustiva ya que después ejecutar ambos procedimientos en el problema propuesto se ha comprobado que el segundo no ofrece suficiente mejora en comparación al tiempo de más que requiere ejecutarlo.

4.4.3.3. Procedimiento de optimización local

El procedimiento de optimización local completo quedaría definido del siguiente modo:

1. Obtención de una solución inicial
2. Optimización de T .
3. Optimización de la secuenciación de intervenciones.

5. Resultados computacionales

En esta sección se va a comprobar el rendimiento del algoritmo desarrollado. Para comprobar la calidad del algoritmo se han comparado los resultados con los obtenidos mediante los algoritmos heurísticos propuestos por Anily *et al.* [1] y Bar Noy *et al.* [2].

Por otro lado, se han analizado los dos algoritmos de post-proceso propuestos para comprobar si mejoran la solución inicial obtenida y, en el caso de la exploración de T , para calibrar el rango de valores cercanos a T que se van a explorar.

La programación del algoritmo se ha realizado con la versión de MATLAB_R2016a. Las pruebas computacionales se han realizado en un ordenador portátil MacBook Pro con procesador de 2,4GHz Intel Core i5.

Para el test de ejecución del algoritmo, se han definido nueve máquinas divididas en tres categorías según el número de periodos ideal entre intervenciones:

- Recurrencia Baja: $tideal_i \cong 3 - 4$
- Recurrencia Mediana: $tideal_i \cong 6 - 8$
- Recurrencia Alta: $tideal_i \cong 9 - 12$

A partir de estas máquinas se han establecido tres tipos de escenarios con cinco ejemplares por escenario:

- Exceso de intervenciones: El número de intervenciones a realizar por el equipo de mantenimiento es demasiado grande y hay un retraso constante (respecto a $tideal_i$). Los ejemplares de prueba con exceso de intervenciones son los comprendidos entre el ejemplar 1 y el 5.
- Equilibrio: Existe un equilibrio entre la mano de obra y el número de intervenciones a realizar, de modo que sin haber un exceso de periodos ociosos se realizan las intervenciones a tiempo. Los ejemplares de prueba con relación de equilibrio son los comprendidos entre el ejemplar 6 y el 10.
- Exceso de mano de obra: Hay más mano de obra disponible que intervenciones a realizar, de modo que hay una gran cantidad de periodos ociosos. Los ejemplares de exceso de mano de obra son los comprendidos entre el 11 y el 15.

5.1. Análisis del rango de evaluación de T

Uno de los puntos críticos para obtener un algoritmo de exploración eficiente es fijar un rango de valores a evaluar adecuado. Con un rango demasiado corto puede que no se obtenga una mejora de la solución inicial. Sin embargo, un rango de valores demasiado amplio hará que el tiempo de ejecución del algoritmo sea muy elevado. De esta forma, hay que encontrar un buen equilibrio entre mejora y velocidad de ejecución.

Así pues, se ha realizado un análisis del rango de valores. Para ello, se ha analizado el rendimiento del algoritmo de optimización sobre diferentes rangos de la siguiente forma:

- Si $T < 200$; $Trng = T \pm T/X$
- Si $T \geq 200$; $Trng = T \pm 200/X$

Donde T es el número de periodos del ciclo de mantenimiento encontrado en la solución inicial, $Trng$ el rango evaluado y X un valor a calibrar que define el rango evaluado.

Una vez realizado el análisis, los resultados muestran que en el 60% de los casos con una $X = 12$ se obtiene una mejora en la solución. En el caso extremo $X = 2$ se ha obtenido, de media, una mejora del 0,21% respecto a la solución inicial, obteniendo una mejora en el 93% de los casos.

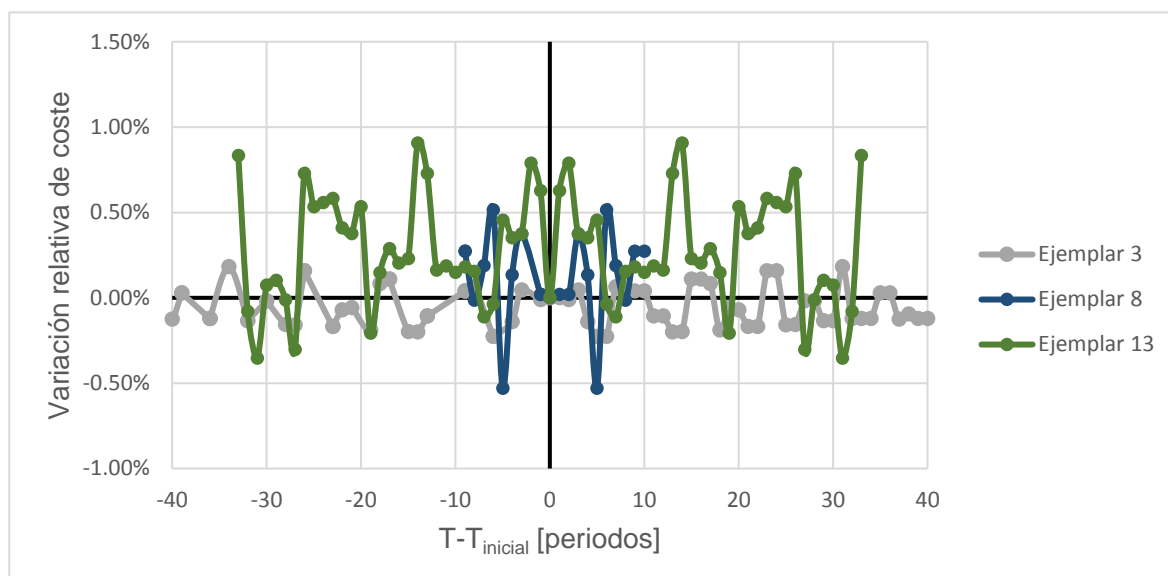


Figura 4: Evolución del coste relativo en función de T para $X=4$.

El eje de abscisas de la *Figura 4* representa el rango de valores evaluados respecto a la T fijada en la heurística. Como muestra la *Figura 4*, la evolución del coste relativo tiene una forma aproximadamente simétrica y oscilante; de modo que, una vez alcanzado un primer mínimo local, no se obtienen mejoras muy significativas en los siguientes mínimos locales. La oscilación puede deberse a que para diferentes T se alcanzan puntos en los que ésta es múltiple de un $tideal_i$. Como se puede comprobar, para $X = 4$ ya se obtienen mejoras substanciales en la solución, con disminuciones de hasta el 0,55%.

En lo relativo al tiempo de ejecución, en la *Figura 5* se observa que aumenta de forma lineal respecto al rango de T explorado.

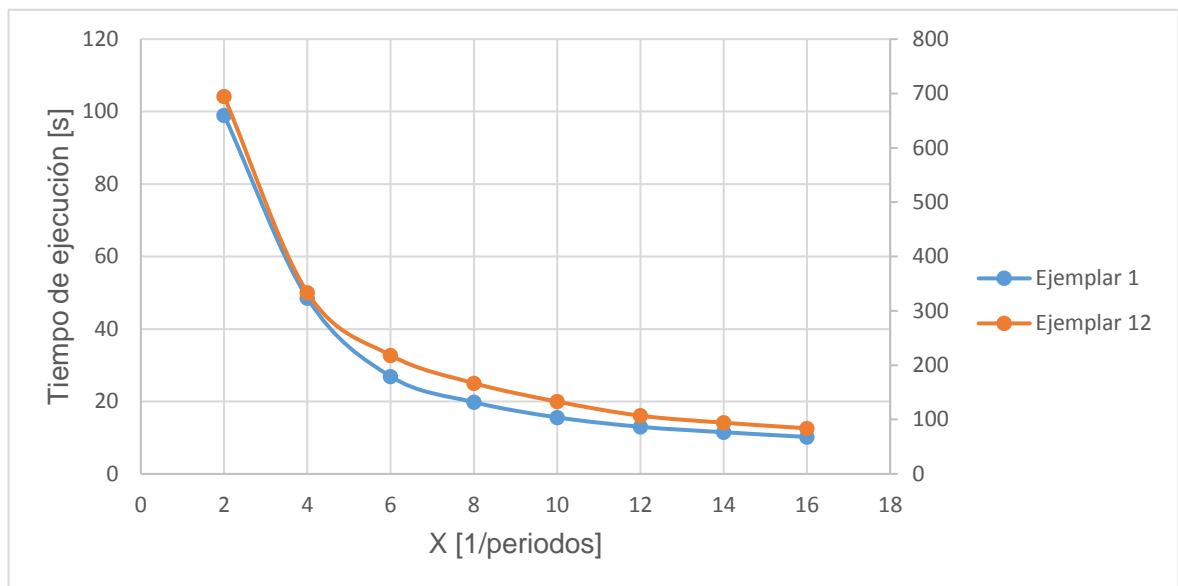


Figura 5: Evolución del tiempo de ejecución respecto al valor X.

En el análisis también se ha observado que en casos en los que $T_{inicial} > 1\,500$ periodos el tiempo de ejecución de la exploración aumenta significativamente, pudiendo tardar horas en realizar el proceso.

Finalmente, se ha decidido establecer una $X = 8$ ya que obtiene mejoras, una media de mejora del 0,11% en los casos de test y sin comprometer el tiempo de ejecución (ver *Figura 5*).

5.2. Análisis de la optimización de la secuencia

En este caso se ha querido estudiar si Optimización de la secuenciación de intervenciones tiene o no un impacto positivo en la solución obtenida.

Sobre los ejemplares definidos se ha lanzado el algoritmo heurístico con la exploración de T y posteriormente se ha realizado el proceso de exploración no exhaustiva de vecindarios. Los resultados obtenidos se muestran en la *Tabla 1*.

Ejemplar	T	Coste Solución Inicial [u.m.]	Coste solución optimización de la secuencia [u.m.]	Variación de coste	Tiempo total de ejecución [s]
1	440	5725,3	5705,59	-0,34%	4,20E-02
2	14	8378,57	8378,57	0,00%	3,64E-04
3	164	7609,15	7575,61	-0,44%	7,45E-03
4	857	6609,34	6563,45	-0,69%	1,04E-01
5	24	7245	7229,17	-0,22%	7,13E-04
6	12	5750	5750	0,00%	2,76E-04
7	860	4956,06	4945,83	-0,21%	1,12E-01
8	40	4896	4872,5	-0,48%	1,09E-03
9	56	6333,21	6320,18	-0,21%	1,38E-03
10	280	5664,14	5650,21	-0,25%	2,03E-02
11	504	2380,95	2379,52	-0,06%	2,27E-02
12	598	2323,55	2322,02	-0,07%	2,80E-02
13	145	4679,93	4672,24	-0,16%	3,64E-03
14	860	4319,49	4315,79	-0,09%	8,91E-02
15	680	2504,4	2503,69	-0,03%	4,12E-02
Media				-0,22%	3,16E-02

Tabla 1: Resultados de la exploración de vecindarios.

Como se puede observar en la *Tabla 1*, los tiempos de ejecución de la exploración de vecindarios son del orden de la centésima o milésima de segundo, muy inferiores a los tiempos de ejecución de la exploración de T . Sin embargo, se obtienen mejoras muy superiores, o iguales en el caso extremo $X = 2$.

5.3. Comparación con el estado del arte

Finalmente se ha comparado el algoritmo desarrollado con otros algoritmos heurísticos presentes en el estado del arte (apartado 4.1) para comprobar si mejora los sistemas de resolución actuales.

Por ello se ha comparado el algoritmo con las heurísticas propuestas por Anily *et al.* [1] y Bar Noy *et al.* [2]. Cabe remarcar que el algoritmo propuesto soluciona el problema con una función cualquiera que cumpla la condición Ec. 4.2. Sin embargo, los algoritmos propuestos por los otros dos autores solucionan un caso particular que tiene una función de costes específica de la forma Ec. 5.15.

Para poder trabajar con los mismos juegos de pruebas, se ha adaptado la función de costes general a la propuesta por Anily *et al.* [1] y Bar Noy *et al.* [2]. Para ello se ha establecido una relación entre el coeficiente a_i de Bar Noy y Anily y el coste variable $a_{i\tau}$ definido en este problema.

Los dos autores definen la función de costes para una máquina del modo Ec. 5.15.

$$C_i = c_i + \sum_{t=1}^{\tau} a_i * t = c_i + a_i * \sum_{t=1}^{\tau} t \quad (\text{Ec. 5.15})$$

Considerando que los sumatorios de la forma $\sum_{i=1}^n i$ cumplen la igualdad Ec. 5.16.

$$\sum_{i=1}^n i = n * (n + 1) / 2 \quad (\text{Ec. 5.16})$$

La función de costes se puede definir como Ec. 5.17.

$$C_i = c_i + a_i * t * (t + 1) / 2 \quad (\text{Ec. 5.17})$$

Finalmente se puede establecer la relación Ec. 5.18.

$$c_i + a_{i\tau} = c_i + a_i * t * (t + 1) / 2 \quad \equiv \quad a_{i\tau} = a_i * (t^2 + t) / 2 \quad (\text{Ec. 5.18})$$

Los algoritmos de Anily *et al.* [1] y Bar Noy *et al.* [2] proponen que el ciclo de mantenimiento sea el valor máximo de los tiempos entre intervenciones de todas las máquinas Ec. 5.19. Sin embargo, para poder comparar los algoritmos se ha considerado oportuno probar el rendimiento de los otros dos algoritmos con el valor de T propuesto en la *Figura 2*.

$$T = \max(t_{ideal_i}) \quad (\text{Ec. 5.19})$$

Como muestra la Tabla 2, el algoritmo propuesto con optimización local en el presente estudio mejora entorno el 8% los resultados obtenidos por los algoritmos existentes en el estado del arte. Siempre se encuentra una solución factible que cumpla las condiciones definidas en la sección 4.3.

Cabe destacar que en los algoritmos presentes en el estado del arte en ciertas ocasiones no se encuentran soluciones factibles, generalmente porque secuencian dos intervenciones en una misma máquina de forma consecutiva.

En los casos en los que existe un exceso de mano de obra, el algoritmo muestra un rendimiento muy superior al resto de algoritmos proponiendo soluciones hasta un 17% mejor que el resto (ejemplar de prueba 11). No obstante, el algoritmo pierde ventaja en casos con exceso de intervenciones, hasta el punto que, en algún caso, el algoritmo encuentra peores soluciones que los otros dos algoritmos usando la el valor de T propuesto en este proyecto, en el peor de los casos un 0,56% peor.

Como se ha comentado, para ciertos ejemplares los algoritmos propuestos por Anily *et al.* [1] y Bar Noy *et al.* [2] no dan una solución factible ya que no secuencian todas las máquinas, son los casos marcados como “N/A” en la Tabla 2.

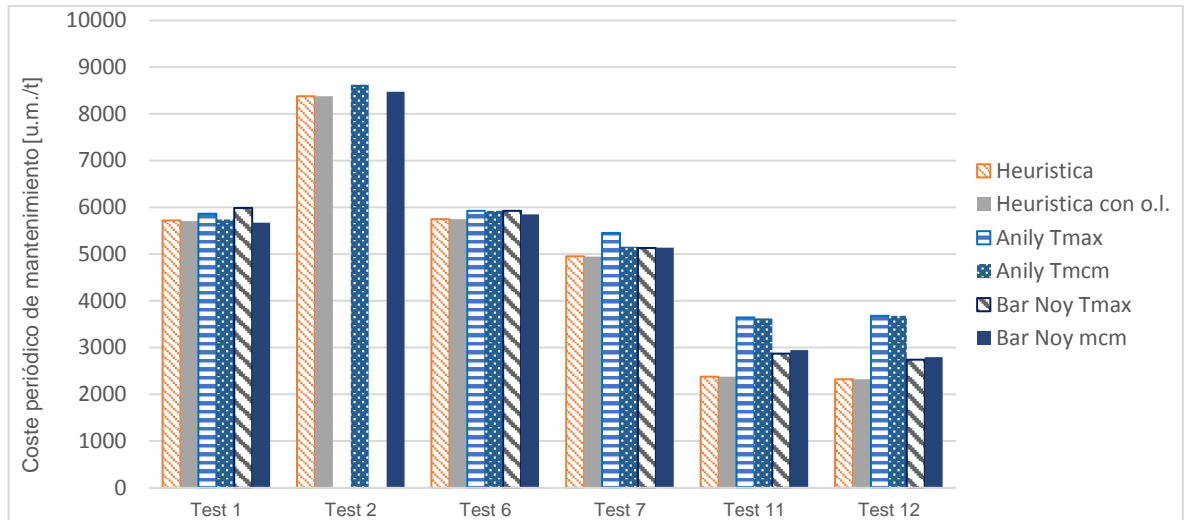


Figura 6: Resultados algoritmo propuesto vs estado del arte.

En la Figura 6, el *Heurístico con o.l.* se refiere al algoritmo conjunto de heurística y optimización local. *Anily T_{max}* se refiere al algoritmo propuesto por Anily con su método de obtención de T . *Anily T_{mcm}* se refiere al algoritmo propuesto por Anily con el método de obtención de T propuesto en este proyecto. *Bar-Noy T_{max}* se refiere al algoritmo propuesto por Bar-Noy con su método de obtención de T . *Bar-Noy T_{mcm}* se refiere al algoritmo propuesto por Bar-Noy con el método de obtención de T propuesto en este proyecto.

Hay que remarcar que en el caso de que la función de costes real no siga la función Ec. 5.15, los algoritmos propuestos por Anily y Bar-Noy podrían arrastrar el error de modelización de la función de costes y proponer peores soluciones.

Sobre el tiempo de ejecución del algoritmo, se puede comprobar en la Tabla 2 que este depende en gran medida del valor de T . Así pues, lo que determina el tiempo de ejecución del algoritmo no es el número de máquinas sino la relación que hay entre sus t_{ideal_i} y el valor de T que resulte.

Sobre la Tabla 2, además de las abreviaciones ya explicadas anteriormente (Figura 6), la columna *t. ejec.* se refiere al tiempo de ejecución para ejecutar el algoritmo con optimización local. *M.R.* se refiere a la mejora relativa del algoritmo con optimización local propuesto en el proyecto respecto al mejor de los algoritmos propuestos. *M.R. (incl. T_{mcm})* se refiere a la mejora relativa del algoritmo con optimización local propuesto en el proyecto respecto al mejor de los algoritmos propuestos incluyendo las pruebas con la T encontrada con el procedimiento usado en este proyecto.

Juego de prueba	T	Heurística [u.m.]	Heurística con o.l. [u.m.]	t ejec.	Anily T _{max} [u.m.]	Anily T _{mcm} [u.m.]	Bar Noy T _{max} [u.m.]	Bar Noy T _{mcm} [u.m.]	M.R.	M.R. (Incl. T _{mcm})
1	440	5725,3	5705,6	1,87E+01	5864,7	5741,4	5988,7	5673,6	-2,71%	0,56%
2	14	8378,6	8378,6	7,90E-03	N/A	8628,6	N/A	8478,6		-1,18%
3	164	7609,1	7575,6	2,08E+00	N/A	7569,3	N/A	7634,5		0,08%
4	857	6609,3	6563,5	5,38E+01	6865,0	6545,3	6865,0	6545,0	-4,39%	0,28%
5	24	7245,0	7229,2	2,57E-02	N/A	7520,0	N/A	7516,0		-3,82%
6	12	5750,0	5750,0	6,16E-03	5925,0	5925,0	5925,0	5850,0	-2,95%	-1,71%
7	860	4956,1	4945,8	1,36E+02	5451,3	5158,8	5134,7	5136,8	-3,68%	-3,68%
8	40	4896,0	4872,5	6,05E-02	N/A	5275,5	N/A	5257,5		-7,32%
9	56	6333,2	6320,2	1,51E-01	N/A	6498,2	6436,7	6358,8	-1,81%	-0,61%
10	280	5664,1	5650,2	8,57E+00	5875,0	5700,1	5875,0	5692,6	-3,83%	-0,74%
11	504	2381,0	2379,5	9,03E+01	3646,7	3625,0	2873,3	2947,3	-17,19%	-17,19%
12	598	2323,6	2322,0	1,48E+02	3681,8	3681,0	2741,8	2796,2	-15,31%	-15,31%
13	145	4679,9	4672,2	2,05E+00	5256,4	5180,8	5229,1	5125,9	-10,65%	-8,85%
14	860	4319,5	4315,8	1,74E+02	4861,3	4737,3	4684,0	4734,6	-7,86%	-7,86%
15	680	2504,4	2503,7	1,62E+02	3751,3	3720,7	3039,3	3077,5	-17,62%	-17,62%
Media				53,0765					-8,00%	-5,66%

Tabla 2: Resultados algoritmo propuesto vs estado del arte.

6. Estudio del tiempo de retorno de la inversión

Como parte final del análisis sobre el algoritmo propuesto, se ha realizado un estudio sobre el tiempo necesario para rentabilizar la inversión de implantar el algoritmo planteado.

Para poder comprar los resultados con el estado del arte, se ha usado la función de costes Ec. 5.15 propuesta en los trabajos de Anily *et al.* [1] y Bar Noy *et al.* [2].

Para ello, se han establecido cuatro posibles escenarios según los costes de mantenimiento que se detallan a continuación; pues el resultado puede depender en gran medida según el entorno en el que se realice la acción. Por otra parte, también se definen los costes de la implementación del proyecto.

6.1. Costes de mantenimiento

Los costes de mantenimiento se pueden clasificar en:

- Coste de personal de mantenimiento: se refiere al salario de los operarios que realizan el mantenimiento. Dependiendo de la dificultad de la intervención se pueden necesitar más o menos operarios. Se considera que el sueldo mensual de un operario es de 2 000 €. Un coste bajo significa que el operario debe dedicar media hora al mantenimiento, un coste medio 3 horas, y un coste alto 8 horas.
- Coste de las piezas de recambio: en el caso de que el mantenimiento requiera el recambio de piezas, su coste puede variar de las decenas de euros a los miles de euros. Además, un retraso en el mantenimiento puede requerir el cambio de piezas adicionales. Un coste bajo equivale entorno a los 50 €, un coste medio 300 € y un coste alto 1 000 €.
- Coste asociado a la pérdida de calidad: una pérdida en el rendimiento de la máquina puede derivar en productos de baja calidad que se deben desechar. El coste va a variar en función del precio del producto que se fabrica. El precio del producto puede oscilar entre 1 € – 1 000 €.
- Coste de la parada de producción: como en el caso del coste por pérdida de calidad, dependerá del producto que se fabrique, de la velocidad de producción y del tiempo de intervención. Se considera que el coste es bajo cuando la parada

significa un coste horario de 300€/h, medio para 1 000€/h, y alto para 2 000€/h.

A partir de los costes definidos se han constituido cuatro posibles escenarios de una planta industrial detallados en la *Tabla 3*. Se considera que los periodos son mensuales.

Esc.	Coste de personal	Coste de piezas de recambio	Coste por pérdida de calidad	Coste por parada de producción	Coeficientes de la función de costes.
1	5 máq. x Bajo	5 máq. x Bajo	5 máq. x Bajo	5 máq. x Bajo	$c_i \cong 700\text{€}, a_i \cong 40$
	5 máq. x Medio	5 máq. x Bajo	5 máq. x Medio	5 máq. x Bajo	$c_i \cong 900\text{€}, a_i \cong 60$
2	6 máq. x Alto	6 máq. x Alto	6 máq. x Medio	6 máq. x Alto	$c_i \cong 3\,000\text{€}, a_i \cong 400$
	5 máq. x Medio	5 máq. x Bajo	5 máq. x Bajo	5 máq. x Medio	$c_i \cong 2\,000\text{€}, a_i \cong 150$
3	5 máq. x Alto	5 máq. x Alto	5 máq. x Medio	5 máq. x Alto	$c_i \cong 5\,000\text{€}, a_i \cong 550$
	7 máq. x Medio	7 máq. x Medio	7 máq. x Medio	7 máq. x Medio	$c_i \cong 3\,000\text{€}, a_i \cong 200$
4	5 máq. x Bajo	5 máq. x Alto	5 máq. x Bajo	5 máq. x Bajo	$c_i \cong 1\,300\text{€}, a_i \cong 100$
	5 máq. x Medio	5 máq. x Alto	5 máq. x Bajo	5 máq. x Bajo	$c_i \cong 2\,500\text{€}, a_i \cong 150$

Tabla 3: Definición de los costes de mantenimiento para cada escenario.

6.2. Coste de implantación del proyecto

Para la implementación del algoritmo se consideran tres fuentes de coste:

- Desarrollo del algoritmo: El coste de realización de este proyecto. Dado que el trabajo final de máster contabiliza como 12 créditos y que cada crédito requiere 25 horas de dedicación, el tiempo de desarrollo del algoritmo son 300 horas. También se debería sumar el coste del jefe de proyecto al que se le imputarían 25 horas de trabajo. Si se considera que el coste de contratación de un ingeniero recién titulado ronda los 2 000 € mensuales y que se trabajan de media 173 horas al mes; se imputarían 3 461 € de desarrollo del algoritmo. Por lo que respecta al jefe de proyecto, si se considera un sueldo de 3 500 € mensuales; se imputarían 505 € más.
- Imputación de costes de mantenimiento: se deberá realizar una imputación de costes sobre las máquinas. Se considera que cuatro empleados de la planta donde se implante el algoritmo deberán decidir cómo se imputan los costes en cada máquina. También se considera que se necesita una semana de trabajo de

los cuatro empleados para acordar la imputación de costes. Suponiendo que el salario medio de los cuatro empleados es de 2 500 € mensuales y que un año contiene 52 semanas; el coste de imputación de los costes de mantenimiento sería de 2 310 €. Se supone que una vez al año se revisa la imputación de costes, lo que implica 460 € anuales.

- Desarrollo de una plataforma informática: Se deberá desarrollar una plataforma informática interactiva para la implementación del algoritmo. Suponiendo que el desarrollo informático se subcontrata a una empresa externa que cobra 500 € por día de desarrollo y que se necesita una semana para poder crear la plataforma; el coste de desarrollo sería de 2 500 €.

De esta forma, el coste total de la implementación del proyecto sería de 8 776 € con un sobrecoste anual de 461 €.

6.3. Análisis de resultados

Considerando la función de costes *Ec. 5.15*, en la *Tabla 4* se detallan los resultados obtenidos con cada algoritmo. Como se puede comprobar, en todos los escenarios planteados implementar el algoritmo propuesto supone un ahorro significativo si se compara con los existentes en el estado del arte.

Escenario	Coste mensual algoritmo propuesto [€/mes]	Coste mensual Anily [€/mes]	Coste mensual Bar Noy [€/mes]	Ahorro mensual respecto la mejor solución [€/mes]
1	3 550,00 €	3 668,00 €	3 597,09 €	47,09 €
2	20 788,46 €	21 380,00 €	23 050,00 €	591,54 €
3	29 747,56 €	31 318,87 €	33 624,53 €	1 571,31 €
4	8 775,00 €	9 127,27 €	9 295,46 €	352,27 €

Tabla 4: Resultados de los costes de cada escenario por algoritmo.

Si se compara el ahorro semanal con coste total del proyecto, se puede obtener el tiempo que debe transcurrir para rentabilizar la inversión. En el cálculo se supone que el cliente tenía implantado previamente un algoritmo combinado que propone la mejor solución de los dos algoritmos propuestos por Anily *et al.* [1] y Bar Noy *et al.* [2].

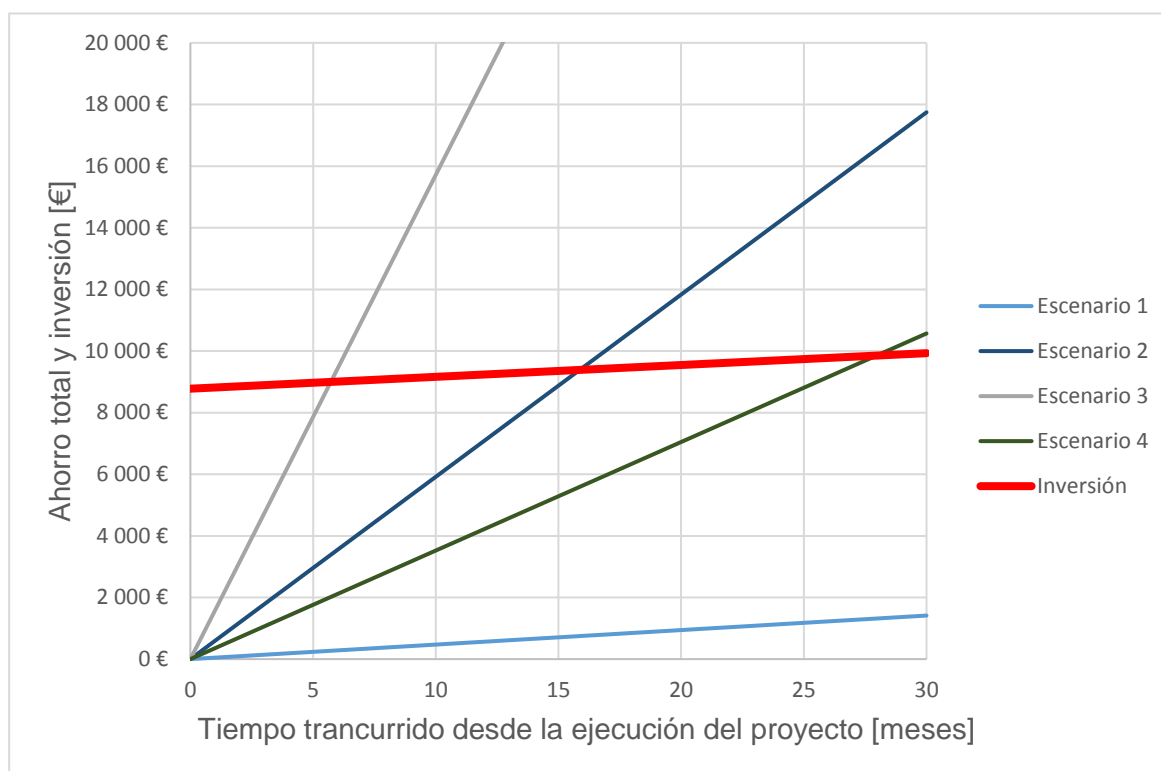


Figura 7: Retorno de la inversión en el proyecto.

Como se observa en la *Figura 7*, implantar el algoritmo propuesto en una planta con una maquinaria que requiere pocos cuidados de mantenimiento (Escenario 1) no rentabiliza la inversión. Sin embargo, a medida que aumentan los costes de mantenimiento el proyecto se rentabiliza rápidamente pudiendo amortizarse la inversión en 16 meses (Escenario 2) o en menos de un año (Escenario 3).

7. Valoración del impacto social y ambiental

Dado que el impacto puede variar en distinta medida en un escenario o en otro y que no se disponen de los datos necesarios para realizar un análisis cuantitativo; la valoración será únicamente cualitativa.

En lo que concierne al impacto ambiental, la implementación del algoritmo podría reducir la cantidad de deshecho industrial tanto de piezas de recambio, como de producto fabricado. La reducción del primero a causa de un uso más apurado de los componentes de la maquinaria y a una reducción del recambio de piezas extra causado por una avería. La reducción del segundo a causa de un mayor control en la calidad de producción de la maquinaria.

Respecto al impacto social se considera que el proyecto fomenta la creación de empleo cualificado relacionado con el control y la imputación de costes así como el ahorro y la reducción de desperdicios en el entorno industrial. Sin embargo puede comprometer el entorno laboral de los operarios de mantenimiento que podrían ver reducida su oferta laboral, aunque de forma poco significativa.

Conclusiones

El FPMSP es un problema poco estudiado en la literatura. En el presente proyecto se ha podido comprobar que las soluciones propuestas hasta el momento del estudio resolvían el problema para casos muy específicos. Los algoritmos propuestos hasta el momento o no son factibles para una cantidad razonable de máquinas o han sido diseñados para con funciones de costes muy específicas.

Basados en la demostración de Anily *et al.* [1], donde se muestra que para el caso particular del FPMSP existe una secuencia cíclica y óptima, se ha supuesto la existencia de una solución cíclica que minimiza el coste periódico de mantenimiento.

Atacando el problema de forma heurística, se ha desglosado en dos fases: en una primera etapa se ha determinado el valor del tiempo de ciclo y en una segunda se ha definido la secuencia. Como solución al problema se ha propuesto un algoritmo inspirado en el RTVP con una fase de optimización local del ciclo de mantenimiento y una exploración no exhaustiva de vecindarios.

Se ha observado que el algoritmo propuesto mejora de forma considerable los existentes en la literatura obteniendo mejoras del 8% respecto a los algoritmos heurísticos planteados por Anily *et al.* [1] y Bar Noy *et al.* [2], asegurando siempre que la solución sea factible.

Cabe remarcar que el algoritmo resuelve, de media, una muestra en 53 segundos. Se recomienda establecer un valor límite al tiempo de ciclo ya que, debido al método de obtención, puede alcanzar valores muy elevados que pueden comprometer el rendimiento del algoritmo.

Como posibles futuras líneas de estudio del FPMSP, se propone considerar el caso generalizado en el que se puede intervenir más de una máquina por periodo, es decir que se disponga de múltiples equipos de mantenimiento, pues el presente estudio no lo considera y es una situación común en el entorno industrial. También se propone la aplicación de técnicas metaheurísticas ya que, si bien requieren de mayor tiempo de ejecución, este sigue siendo práctico.

Bibliografía

Referencias bibliográficas

- [1] ANILY, S., GLASS, C. A., HASSIN, R. *The scheduling of a maintenance service. Discrete Applied Mathematics*, Vol. 82, 1998, p. 27-42.
- [2] BAR-NOY, A., BATHIA, R., NAOR, J., SCHIEBER, B., *Minimizing service and operation costs of periodic scheduling. Mathematics of Operations Research*. Vol. 27, 2002, p. 518-544.
- [3] MANSOUR, M. A. *Solving the periodic Maintenance Scheduling Problem via Genetic Algorithm to Balance Workforce Levels and Maintenance Cost. American Journal of Engineering and Applied Sciences*. Vol 4 (2), 2011, p. 223-234.
- [4] WEI, W. D., LIU, C. L. *On a Periodic Maintenance Problem. Operations Research Letters*. Vol. 2, 1983, p. 90-03.
- [5] DODSON, D., NOLAN, D., *Reliability Engineering Handbook*, New York: Marcel Dekker, Tucson: Quality Publishing. 1999, p. 264-268.
- [6] COROMINAS, A., KUBIAK, W., MORENO, N., *Response time variability. Journal of Scheduling*. Vol. 10, 200, p. 97-110.
- [7] SALHI, S., GARCIA-VILLORIA, A. *An Adaptive Search for the Response Time Variability Problem. American Journal of Operations Research Society*. Vol. 63, 2012, p. 597-605.

Bibliografía complementaria

Para la redacción de la sección 3 se han consultado las siguientes fuentes:

BEN-DAYA, M., *Handbook of Maintenance Management and Engineering*, Londres: Springer London. 2009, p. 363-415.

FEDELE, L., *Methodologies and Techniques for Andvanced Maintenance*, Londres: Springer London, 2011, p. 11-13, 33-60.

KEITH MOBLEY, R., *Maintenance Engineering Handbook*, Madrid: McGraw-Hill, 2008, p. 2.3-2.30.

Anexo

Los ejemplares de prueba usados para las pruebas computacionales, así como los ejemplares usados para el estudio de viabilidad se han adjuntado a la memoria presentada.

Los ejemplares relativos a las pruebas computacionales se identifican como: *test_i.txt*. Donde la *i* es el número de ejemplar.

Los ejemplares usados para el estudio de viabilidad se identifican como: *test_r_i.txt*. Donde la *i* es el número de ejemplar.

El formato de los ficheros es el siguiente:

Nº de máquinas		
c_1	a_1	1
c_2	a_2	1
c_3	a_3	1
c_4	a_4	1
c_5	a_5	1
...